

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Berechnung der Energie</b>	<b>1</b>
1.1	Energie eines Massepunktes (klassisch) [1] . . . . .	1
1.2	Energie eines starren Körpers [1] . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Flugbahnen</b>	<b>2</b>
2.1	Flugbahn ohne Luftwiderstand [2] . . . . .	2
2.1.1	Reichweite [2] . . . . .	2
2.1.2	Flughöhe [2] . . . . .	2
2.1.3	Flugzeit [2] . . . . .	3
2.2	Flugbahn mit Luftwiderstand [3] . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Abbremsung in Wasser</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Eindringtiefe</b>	<b>5</b>
4.1	Stahlblech - Panzerformel . . . . .	5
4.2	Eindringtiefe allgemein . . . . .	5
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>6</b>

# 1 Berechnung der Energie

## 1.1 Energie eines Massepunktes (klassisch) [1]

Die kinetische Energie  $E_{kin}$  eines Massepunktes kann durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \quad (1.1)$$

wobei  $m$  die Masse und  $v$  die Geschwindigkeit des Massepunktes ist.

Diese Gleichung ist eine gute Näherung für  $v \ll c$  (Lichtgeschwindigkeit).

## 1.2 Energie eines starren Körpers [1]

Die Energie eines starren Körpers setzt sich aus der Translationsenergie und der Rotationsenergie zusammen. Gleichung 1.1 wird ergänzt zu

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_s^2 + \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot \omega^2. \quad (1.2)$$

$V_s$  ist dabei die Geschwindigkeit und  $J_s$  das Trägheitsmoment des Schwerpunktes des Körpers.

# 2 Flugbahnen

## 2.1 Flugbahn ohne Luftwiderstand [2]

Bei der Flugbahn ohne Luftwiderstand ist nur die Beschleunigung durch die Schwerkraft zu berücksichtigen. Die Schwerebeschleunigung liegt im Mittel bei  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ . Die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  wird in seine zwei Komponenten aufgeteilt und der Abschusswinkel wird mit  $\beta$  bezeichnet. Die horizontale Richtung ändert sich linear mit der Zeit

$$x(t) = x_0 \cdot t, \quad (2.1)$$

hier ist  $x_0 = v_0 \cdot \cos(\beta)$ , die Geschwindigkeit in horizontaler Richtung. Für die Bewegung in vertikaler Richtung muss die Schwerebeschleunigung berücksichtigt werden

$$y(t) = y_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad (2.2)$$

$y_0 = v_0 \cdot \sin(\beta)$ , ist hier die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung.

### 2.1.1 Reichweite [2]

Für die maximale Reichweite gilt

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \beta).$$

Die Berechnung der maximalen Reichweite ändert sich, wenn das Geschoss aus einer Höhe ungleich 0 abgeschossen wird zu

$$R = \frac{v_0 \cos(\beta)}{g} \left( v_0 \sin(\beta) + \sqrt{(v_0 \sin(\beta))^2 + 2gh_0} \right) \quad (2.3)$$

### 2.1.2 Flughöhe [2]

Für die maximale Flughöhe gilt

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\beta)}{2 \cdot g}$$

### 2.1.3 Flugzeit [2]

Für die Flugzeit gilt

$$T = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\beta)}{g}$$

## 2.2 Flugbahn mit Luftwiderstand [3]

Die Berechnung der Flugbahn mit Luftwiderstand ist hier schon ein wenig komplizierter als ohne Luftwiderstand. Es muss die Luftwiderstandskraft berücksichtigt werden. Diese wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit. Die Flugbahn wird in zwei Teile aufgeteilt: die Zeit bis zum höchsten Punkt und die Zeit zurück auf den Boden.

Die Zeit bis zum höchsten Punkt wird mit  $t_U$  bezeichnet.

Der  $c_w$ -Wert ist der experimentell zu bestimmende Strömungswiderstandskoeffizient.

Die Variable  $k = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_w \cdot A$ , wobei  $\rho$  die Dichte des Mediums und  $A$  die Stirnfläche des Objekts ist.

Hilfsvariable  $v_\infty = \sqrt{\frac{m}{k} \cdot g}$ .

Der Umkehrzeitpunkt  $t_U = \frac{v_\infty}{g} \cdot \arctan \frac{\dot{y}_0}{v_\infty}$ .

Das Objekt befindet sich zur Zeit  $t \leq t_U$  in dem Punkt

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln \left( 1 + \frac{\dot{x}_0 \cdot g \cdot t}{v_\infty^2} \right) \\ \ln \cos \frac{g \cdot (t_U - t)}{v_\infty} - \ln \cos \frac{g \cdot t_U}{v_\infty} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Zur Zeit  $t \geq t_U$  befindet sich das Objekt in

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln \left( 1 + \frac{\dot{x}_0 \cdot g \cdot t}{v_\infty^2} \right) \\ -\frac{g \cdot (t - t_U)}{v_\infty} - \ln \left( \frac{1 + \exp\left(-\frac{2g(t - t_U)}{v_\infty}\right)}{2} \cdot \cos \frac{g \cdot t_U}{v_\infty} \right) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

### 3 Abbremsung in Wasser

Geschosse aller Art werden beim Eindringen ins Wasser sehr stark gebremst. Maßgeblich für die starke Bremswirkung sind Masse und Stirnfläche des Projektils, da beide Faktoren exponentiell Einfluss nehmen, wohingegen die Geschwindigkeit nur linear zur Funktion beiträgt.

Für ein Geschoss in horizontaler Richtung und einen schwerelosen Raum gilt

$$v(x) = v_0 \cdot \exp\left(-\frac{c_w \cdot A \cdot \rho_{Wasser} \cdot x}{2 \cdot m}\right). \quad (3.1)$$

Hier ist  $m$  die Masse des Geschosses,  $A$  die Stirnfläche und  $x$  der zurückgelegte Weg. Alle hier aufgeführten Gleichungen werden in unserm Ballistikrechner verwendet.

# 4 Eindringtiefe

## 4.1 Stahlblech - Panzerformel

Anhand der Energie des Geschosses und dessen Kaliber lässt sich die Eindringtiefe in Stahlblech mit der sogenannten „Panzerformel“ annähern mit:

$$S_b = 0.0194 \cdot \sqrt[4]{\frac{E^3}{k^5}} \quad (4.1)$$

Die Gleichung gibt die Eindringtiefe in Millimeter zurück, wobei E die Energie in Joule des Geschosses ist und k das Kaliber in Zentimeter [4].

Bei schrägem Auftreffwinkel erhält man aus Formel Gleichung 4.1:

$$S'_b = S_b \cdot \cos(\alpha)^{1.5} \quad (4.2)$$

## 4.2 Eindringtiefe allgemein

Eine allgemeinere Formel für die Eindringtiefe in ein beliebiges festes Material ist

$$S = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \cdot \frac{1}{A \cdot R} \quad (4.3)$$

Die Eindringtiefe hängt von der Masse m, der Startgeschwindigkeit  $v_0$ , der Querschnittsfläche A und der Zugfestigkeit R ab [5].

# Literaturverzeichnis

- [1] Wikipedia, “Kinetische Energie.” [Online]. Verfügbar: [https://de.wikipedia.org/wiki/Kinetische\\_Energie](https://de.wikipedia.org/wiki/Kinetische_Energie)
- [2] —, “Wurfparabel.” [Online]. Verfügbar: <https://de.wikipedia.org/wiki/Wurfparabel>
- [3] K. Heil, “Physik: Schiefer Wurf mit Luftwiderstand - Teil 2.” [Online]. Verfügbar: <http://matheplanet.com/default3.html?call=article.php?sid=735&ref=https%3A%2F%2Fwww.google.de%2F>
- [4] Wikipedia, “Panzerformel.” [Online]. Verfügbar: <https://de.wikipedia.org/wiki/Panzerformel>
- [5] F. Poklukar, “Äußere Ballistik . Mathematische Modellierung der Geschossbahn.” [Online]. Verfügbar: [http://tiroler-schuetzen.at/uploads/ballistik\\_skriptum.pdf](http://tiroler-schuetzen.at/uploads/ballistik_skriptum.pdf)