Inhaltsverzeichnis

1 Berechnung der Energie **1**

1.1 Energie eines Massepunktes (klassisch) 1

1.2 Energie eines starren Körpers 1

2 Flugbahnen **2**

2.1 Flugbahn ohne Luftwiderstand 2

2.1.1 Reichweite 2

2.1.2 Flughöhe 2

2.1.3 Flugzeit 3

2.2 Flugbahn mit Luftwiderstand 3

3 Abbremsung in Wasser **4**

4 Eindringtiefe in Stahlblech **5**

1 Berechnung der Energie

1.1 Energie eines Massepunktes (klassisch)

Die kinetische Energie E_{kin} eines Massepunktes kann durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \tag{1.1}$$

wobei m die Masse und v die Geschwindigkeit des Massepunktes ist.

Diese Gleichung ist eine gute Näherung für $v \ll c$ (Lichtgeschwindigkeit).

1.2 Energie eines starren Körpers

Die Energie eines starren Körpers setzt sich aus der Translationsenergie und der Rotationsenergie zusammen. Gleichung 1.1 wird ergänzt zu

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_s^2 + \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot w^2. \tag{1.2}$$

V_s ist dabei die Geschwindigkeit und J_s das Trägheitsmoment des Schwerpunktes des Körpers.

2 Flugbahnen

2.1 Flugbahn ohne Luftwiderstand

Bei der Flugbahn ohne Luftwiderstand ist nur die Beschleunigung durch die Schwerkraft zu berücksichtigen. Die Schwerebeschleunigung liegt im Mittel bei $g = 9.81\frac{m}{s^2}$. Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 wird in seine zwei Komponenten aufgeteilt und der Abschusswinkel wird mit β bezeichnet. Die horizontale Richtung ändert sich linear mit der Zeit

$$x(t) = \dot{x_0} \cdot t, \tag{2.1}$$

hier ist $\dot{x_0} = v_0 \cdot \cos(\beta)$, die Geschwindigkeit in horizontaler Richtung. Für die Bewegung in vertikaler Richtung muss die Schwerebeschleunigung berücksichtigt werden

$$y(t) = \dot{y_0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \tag{2.2}$$

$\dot{y_0} = v_0 \cdot \sin(\beta)$, ist hier die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung.

2.1.1 Reichweite

Für die maximale Reichweite gilt

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \beta).$$

2.1.2 Flughöhe

Für die maximale Flughöhe gilt

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\beta)}{2 \cdot g}$$

2.1.3 Flugzeit

Für die Flugzeit gilt

$$T = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\beta)}{g}$$

2.2 Flugbahn mit Luftwiderstand

Die Berechnung der Flugbahn mit Luftwiderstand ist hier schon ein wenig komplizierter als ohne Luftwiderstand. Es muss die Luftwiderstandskraft berücksichtigt werden. Diese wächst quadratisch mit der Geschindigkeit. Die Flugbahn wird in zwei Teile aufgeteilt: die Zeit bis zum höchsten Punkt und die Zeit zurück auf den Boden.

Die Zeit bis zum höchsten Punkt wird mit t_U bezeichnet.

Der c_w-Wert ist der experimentell zu bestimmende Strömungswiderstandskoeffizient.

Die Variable $k = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_w \cdot A$, wobei ρ die Dichte des Mediums und A die Stirnfläche des Objekts ist.

Hilfsvariable $v_\infty = \sqrt{\frac{m}{k} \cdot g}$.

Der Umkehrzeitpunkt $t_U = \frac{v_\infty}{g} \cdot \arctan \frac{\dot{y_0}}{v_\infty}$.

Das Objekt befindet sich zur Zeit $t \leq t_U$ in dem Punkt

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln\left(1 + \frac{\dot{x_0} \cdot g \cdot t}{v_\infty^2}\right) \\ \ln\cos\frac{g \cdot (t_U - t)}{v_\infty} - \ln\cos\frac{g \cdot t_U}{v_\infty} \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

Zur Zeit $t \geq t_U$ befindet sich das Objekt in

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln\left(1 + \frac{\dot{x_0} \cdot g \cdot t}{v_\infty^2}\right) \\ -\frac{g \cdot (t - t_U)}{v_\infty} - \ln\left(\frac{1 + \exp(-\frac{2g(t - t_U)}{v_\infty})}{2} \cdot \cos\frac{g \cdot t_U}{v_\infty}\right) \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

3 Abbremsung in Wasser

Geschosse aller Art werden beim Eindringen ins Wasser sehr stark gebremst. Maßgeblich für die starke Bremswirkung sind Masse und Stirnfläche des Projektils, da beide Faktoren exponentiell Einfluss nehmen, wohingegen die Geschwindigkeit nur linear zur Funktion beiträgt.

Für ein Geschoss in horizontaler Richtung und einen schwerelosen Raum gilt

$$v(x) = v_0 \cdot \exp\left(-\frac{c_w \cdot A \cdot \rho_{Wasser} \cdot x}{2 \cdot m}\right). \tag{3.1}$$

Hier ist m die Masse des Geschosses, A die Stirnfläche und x der zurückgelegte Weg.

Alle hier aufgeführten Gleichungen werden in unserm Ballistikrechner verwendet.

4 Eindringtiefe in Stahlblech

Anhand der Energie des Geschosses und dessen Kaliber lassen lässt sich die Eindringtiefe in Stahlblech mit der sogenannten „Panzerformel“ annähern mit:

$$S_b = 0.0194 \cdot \sqrt[4]{\frac{E^3}{k^5}} \tag{4.1}$$

Die Gleichung gibt die Eindringtiefe in Millimeter zurück, wobei E die Energie in Joule des Geschosses ist und k das Kaliber in Zentimeter.
Bei schrägem Auftreffwinkel erhält man aus Formel 4.1:

$$S_b' = S_b \cdot \cos(\alpha)^{1.5} \tag{4.2}$$