Schützenverein Ettenheim

Ballistikrechner

Waleri Milde

Stand: 26.05.2026

1 Vorwort

Liebe Ballistikfreunde, vielen Dank, dass ihr unseren Ballistikrechner nutzt. Der Rechner ist einfach und übersichtlich, genauso wie ich es immer wollte. Er basiert auf einfachen physikalischen Zusammenhängen, die in diesem Skript erläutert und dargestellt werden. Leider ist die Natur nicht ganz so einfach wie wir es oft wollen. Viele Zusammenhänge sind Näherungen und Vereinfachungen. Aber mit ein bisschen mathematischer Modellierung lassen sich die meisten dieser Dinge sehr gut abbilden. Unsere Welt ist zwar extrem komplex und lässt sich nicht einfach durch eine Black Box mit einem Input und einem Output darstellen, sondern besitzt viele und oft unbekannte Inputs und entsprechende Outputs. Und was, wenn ich euch noch sage, dass diese Inputs und Outputs sich auch noch gegenseitig beeinflussen? Eine deutlich bessere Frage ist aber, müssen wir das alles wissen und ist das für unsere Anwendung nötig? Einfache Antwort: nein.
Deswegen viel Spaß mit unserem kleinen Rechner.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorwort **2**

2 Berechnung der Energie **1**
2.1 Energie eines Massepunktes [1] 1

3 Flugbahnen **2**
3.1 Flugbahn ohne Luftwiderstand [2] 2
3.1.1 Reichweite [2] 2
3.1.2 Flughöhe [2] 2
3.1.3 Flugzeit [2] 3
3.2 Flugbahn mit Luftwiderstand und Wind 3
3.2.1 Strömungswiderstand und c_w-Wert 3
3.2.2 Bewegung in Luft 4
3.2.3 G1/G7-Widerstandsmodelle und ballistischer Koeffizient . . . 6
3.2.4 Analytische Lösung (alt) [3] 8

4 Temperatureinfluss auf die Mündungsgeschwindigkeit **9**
4.1 Temperaturkorrektur 9
4.2 Temperaturkoeffizient 9
4.3 Praktisches Beispiel 10
4.4 Auswirkung auf die Flugbahn 10

5 Coriolis-Ablenkung **11**

6 Luftdichte **12**

7 Abbremsung in Wasser **13**

8 Eindringtiefe **14**
8.1 Stahlblech – Panzerformel 14
8.2 Eindringtiefe allgemein 14

9 Erweiterungen für mehr Realismus **15**
9.1 Seitenwind mit Höhenprofil 15
9.2 Variable Atmosphäre: Druck, Temperatur, Dichte 16
9.3 Schallgeschwindigkeit, Mach-Zahl und c_w 16
9.4 Option: Coriolis in Vektorform 16

9.5 Option: Magnus-Effekt und Spin Drift 17
9.6 Numerik: stabile Integration 17
9.7 Ausgabe in MIL/MOA 17

Literaturverzeichnis **18**

2 Berechnung der Energie

2.1 Energie eines Massepunktes [1]

Die kinetische Energie E_{kin} eines Massepunktes kann durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \tag{2.1}$$

wobei m die Masse und v die Geschwindigkeit des Massepunktes ist.

Diese Gleichung ist eine gute Näherung für $v \ll c$ (c: Lichtgeschwindigkeit).

Die Variable v lässt sich auch vektoriell darstellen als $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$. Da wir bei einer 2-D-Flugbahn auch zwei Geschwindigkeiten haben, rechnet der Ballistikrechner mit diesen beiden Werten. Die Gesamtgeschwindigkeit von $\vec{v}$ ergibt sich aus dem Satz von Pythagoras

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{2.2}$$

Mit ein bisschen Geometrie bekommen wir für v_x und v_y

$$v_x = v \cdot \cos(\beta), \qquad v_y = v \cdot \sin(\beta). \tag{2.3}$$

β ist hier der Abschusswinkel. Der Ballistikrechner nutzt Gleichung 2.3 und die Mündungsgeschwindigkeit (v_0) im ersten Schritt und berechnet anschließend bei jeder Iteration Gleichung 2.2. Die Werte von v_x und v_y ändern sich in jedem Schritt. Zurück zur Energie. Die berechneten Werte für v_x und v_y können nun in Gleichung 2.1 eingesetzt werden und wir erhalten jeweils die Energie in x- und y-Richtung. Der Rechner stellt beide Kurven einzeln und die Gesamtenergie dar. Schön zu sehen ist, dass die Energie in y-Richtung im Wendepunkt der Kugel null ist, da sie sich weder aufwärts noch abwärts bewegt. Zumindest für ganz kurze Zeit.
Weitere Quellen: [4], [5], [6]

3 Flugbahnen

3.1 Flugbahn ohne Luftwiderstand [2]

Bei der Flugbahn ohne Luftwiderstand ist nur die Beschleunigung durch die Schwerkraft zu berücksichtigen. Die Schwerebeschleunigung liegt im Mittel bei $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 wird in ihre zwei Komponenten aufgeteilt und der Abschusswinkel wird mit β bezeichnet. Die horizontale Richtung ändert sich linear mit der Zeit

$$x(t) = \dot{x}_0 \cdot t, \tag{3.1}$$

hier ist $\dot{x}_0 = v_0 \cdot \cos(\beta)$, die Geschwindigkeit in horizontaler Richtung. Für die Bewegung in vertikaler Richtung muss die Schwerebeschleunigung berücksichtigt werden

$$y(t) = \dot{y}_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \tag{3.2}$$

$\dot{y}_0 = v_0 \cdot \sin(\beta)$, ist hier die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung.

3.1.1 Reichweite [2]

Für die maximale Reichweite gilt

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \beta).$$

Die Berechnung der maximalen Reichweite ändert sich, wenn das Geschoss aus einer Höhe ungleich 0 abgeschossen wird, zu

$$R = \frac{v_0 \cos(\beta)}{g} \left(v_0 \sin(\beta) + \sqrt{\left(v_0 \sin(\beta)\right)^2 + 2gh_0} \right). \tag{3.3}$$

3.1.2 Flughöhe [2]

Für die maximale Flughöhe gilt

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\beta)}{2 \cdot g}.$$

3.1.3 Flugzeit [2]

Für die Flugzeit gilt

$$T = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\beta)}{g}.$$

3.2 Flugbahn mit Luftwiderstand und Wind

3.2.1 Strömungswiderstand und c_w-Wert

Die Flugbahn mit Luftwiderstand lässt sich nicht ganz so einfach berechnen und hinschreiben wie die Flugbahn ohne Luftwiderstand. Der Luftwiderstand hängt maßgeblich von der Bewegungsgeschwindigkeit der Kugel ab. Die Kraft lässt sich ausdrücken mit

$$F_{\text{Luft}} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2, \tag{3.4}$$

wobei c_w der Strömungskoeffizient, ρ die Luftdichte ($1.2041\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$), A der Querschnitt ist.
Aus Gleichung 3.4 geht hervor, dass die Kraft mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst. Das heißt, bei doppelter Geschwindigkeit haben wir die vierfache Kraft. Die Luftdichte ändert sich mit der Höhe; je höher wir kommen, umso geringer die Luftdichte. Projektile in großer Höhe können sich schneller fortbewegen, weil der Luftwiderstand dort oben geringer ist. Der Querschnitt der Kugel ist vereinfacht eine Kreisfläche.
Der Strömungskoeffizient ist ebenfalls ein Wert, der sich mit der Geschwindigkeit ändert. Aus Tabelle 3.1 lässt sich erkennen, dass der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Strömungskoeffizient stark nicht-linear ist. Für unseren Rechner wird eine Schallgeschwindigkeit von $343\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ angenommen. Um die Werte zwischen den einzelnen Werten in Tabelle 3.1 zu berechnen, wird eine lineare Interpolation durchgeführt.
Da es sich bei Seitenwinden auch um Luftströmungen handelt, kann Gleichung 3.4 und Tabelle 3.1 hier verwendet werden. Beim Luftwiderstand ist die relative Luftgeschwindigkeit maßgeblich: $\vec{v}_{\text{rel}} = \vec{v} - \vec{v}_{\text{Wind}}$. Der Strömungskoeffizient wird sich bei üblichen Windgeschwindigkeiten kaum verändern, weil diese im Normalfall weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit liegen.

3.2.2 Bewegung in Luft

Für die Bewegung in einem Raum mit Luftwiderstand werden die Gleichungen der klassischen Mechanik verwendet. Kurz zusammengefasst:

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a, \\ x(t) &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2, \\ \dot{x}(t) &= v_0 + a\, t, \\ \ddot{x}(t) &= a. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Die Darstellung $\dot{x}$ beschreibt die erste Ableitung nach der Zeit, $\ddot{x}$ entsprechend die zweite. Messungen sind stets diskret. Wenn die Zeitschritte klein genug sind, können wir die klassische Mechanik dennoch mit ausreichender Genauigkeit verwenden.
Die Flugbahn des Ballistikrechners wird wie folgt berechnet (3D, x vorwärts, y vertikal, z Seitenwind):

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{rel}} &= \vec{v} - \vec{v}_{\text{Wind}}, \\ \vec{F}_{\text{Luft}} &= -\tfrac{1}{2}\, c_w\, \rho\, A\, \|\vec{v}_{\text{rel}}\|\, \vec{v}_{\text{rel}}, \\ \vec{a} &= \frac{\vec{F}_{\text{Luft}}}{m} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \vec{v}_{n+1} &= \vec{v}_n + \vec{a} \cdot t_s, \\ \vec{s}_{n+1} &= \vec{s}_n + \vec{v}_{n+1} \cdot t_s. \end{aligned}$$

Hier sind g die Erdbeschleunigung ($9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$), m die Masse und t_s der Zeitschritt. Weitere Quellen: [4], [5], [7], [8], [9], [10].

Tabelle 3.1: Geschwindigkeit in Mach mit entsprechenden c_w-Werten [11]

Geschwindigkeit in Mach	c_w
0.0	0.260
0.16	0.228
0.2	0.228
0.3	0.228
0.4	0.228
0.5	0.228
0.6	0.228
0.7	0.228
0.8	0.259
0.9	0.313
1.0	0.430
1.1	0.573
1.2	0.626
1.3	0.643
1.4	0.643
1.5	0.643
1.6	0.643
1.7	0.633
1.8	0.623
1.9	0.613
2.0	0.603
2.1	0.594
2.2	0.586
2.3	0.578
2.4	0.571
2.5	0.559
2.6	0.549
2.7	0.540
2.8	0.531
2.9	0.521
3.0	0.510
4.0	0.500
5.0	0.490

3.2.3 G1/G7-Widerstandsmodelle und ballistischer Koeffizient

Die in Tabelle 3.1 dargestellte eigene c_w-Tabelle beschreibt eine Kugelform. Moderne Geschosse haben jedoch sehr unterschiedliche Formen. Um den Luftwiderstand realistischer zu modellieren, verwendet die Ballistik standardisierte *Referenzgeschosse*, deren Widerstandskurven als Funktion der Mach-Zahl bekannt sind. Die beiden wichtigsten sind:

- **G1** – Flachboden-Geschoss mit kurzer Ogive (Krupp-Referenzform, 1881). Geeignet für Pistolenkugeln und ältere Gewehrmunition mit Flachboden.
- **G7** – Boat-Tail-Geschoss mit langer, schlanker Ogive. Geeignet für moderne Gewehrgeschosse (z. B. .308 HPBT, 6.5 Creedmoor).

3.2.3.1 Ballistischer Koeffizient (BC)

Der ballistische Koeffizient gibt an, wie gut ein Geschoss im Vergleich zum Referenzgeschoss durch die Luft fliegt. Er ist definiert als

$$\mathrm{BC} = \frac{\mathrm{SD}}{i}, \tag{3.6}$$

wobei SD die *Querschnittsbelastung* (sectional density) und i der *Formfaktor* ist. Die Querschnittsbelastung berechnet sich aus

$$\mathrm{SD} = \frac{m}{d^2}, \tag{3.7}$$

mit m der Masse und d dem Kaliber (Durchmesser). In der angloamerikanischen Ballistik wird SD in $\mathrm{lb/in^2}$ angegeben:

$$\mathrm{SD}\,[\mathrm{lb/in^2}] = \frac{m\,[\mathrm{lb}]}{d\,[\mathrm{in}]^2}.$$

Der Formfaktor i ergibt sich durch Umstellen von Gleichung 3.6:

$$i = \frac{\mathrm{SD}}{\mathrm{BC}}. \tag{3.8}$$

Ein Formfaktor $i = 1$ bedeutet, dass das Geschoss exakt dem Referenzgeschoss entspricht. $i > 1$ bedeutet höheren Widerstand, $i < 1$ bedeutet geringeren Widerstand als die Referenz.

3.2.3.2 Berechnung des c_w-Werts aus BC

Der tatsächliche c_w-Wert des Geschosses bei einer gegebenen Mach-Zahl ergibt sich aus

$$c_w(\mathrm{Mach}) = c_{w,\mathrm{Ref}}(\mathrm{Mach}) \cdot i, \tag{3.9}$$

wobei $c_{w,\mathrm{Ref}}(\mathrm{Mach})$ der Widerstandsbeiwert des Referenzgeschosses (G1 oder G7) bei der aktuellen Mach-Zahl ist. Die Referenzwerte werden durch lineare Interpolation aus den G1- bzw. G7-Tabellen bestimmt (Quellen: McCoy [12], JBM Ballistics [13]).

3.2.3.3 Typische BC-Werte

Tabelle 3.2: Typische ballistische Koeffizienten gängiger Geschosse

Geschoss	Kaliber [mm]	BC (G1)	BC (G7)
.22 LR 40gr	5,7	0,130	–
9mm Luger 124gr FMJ	9,0	0,145	–
.223 Rem 55gr FMJ	5,7	0,243	0,121
.308 Win 168gr HPBT	7,8	0,462	0,230
.308 Win 175gr SMK	7,8	0,505	0,264
6.5 Creedmoor 140gr	6,7	–	0,271
.338 Lapua 250gr	8,6	–	0,310
.50 BMG 660gr FMJ	13,0	0,670	–

3.2.3.4 Fallback-Logik im Rechner

Wenn kein BC eingegeben wird (BC = 0) oder das Drag-Modell auf „eigene Tabelle“ steht, verwendet der Rechner die in Tabelle 3.1 dargestellte cw-Tabelle. Wird ein BC $>$ 0 mit G1 oder G7 gewählt, berechnet der Rechner den Formfaktor nach Gleichung 3.8 und den c_w-Wert nach Gleichung 3.9.

3.2.4 Analytische Lösung (alt) [3]

Hinweis: Wird nicht mehr im Rechner verwendet.
Die Berechnung der Flugbahn mit Luftwiderstand ist hier schon ein wenig komplizierter als ohne Luftwiderstand. Es muss die Luftwiderstandskraft berücksichtigt werden. Diese wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit. Die Flugbahn wird in zwei Teile aufgeteilt: die Zeit bis zum höchsten Punkt und die Zeit zurück auf den Boden.

Die Zeit bis zum höchsten Punkt wird mit t_U bezeichnet.

Der c_w-Wert ist der experimentell zu bestimmende Strömungswiderstandskoeffizient.

Die Variable $k = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_w \cdot A$, wobei ρ die Dichte des Mediums und A die Stirnfläche des Objekts ist.

Hilfsvariable $v_\infty = \sqrt{\frac{m}{k} \cdot g}$.

Der Umkehrzeitpunkt $t_U = \frac{v_\infty}{g} \cdot \arctan\left(\frac{\dot{y}_0}{v_\infty}\right)$.

Das Objekt befindet sich zur Zeit $t \leq t_U$ in dem Punkt

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln\left(1 + \frac{\dot{x}_0 \cdot g \cdot t}{v_\infty^2}\right) \\ \ln\cos\frac{g \cdot (t_U - t)}{v_\infty} - \ln\cos\frac{g \cdot t_U}{v_\infty} \end{pmatrix}. \tag{3.10}$$

Zur Zeit $t \geq t_U$ befindet sich das Objekt in

$$P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \begin{pmatrix} \ln\left(1 + \frac{\dot{x}_0 \cdot g \cdot t}{v_\infty^2}\right) \\ -\frac{g \cdot (t - t_U)}{v_\infty} - \ln\left(\frac{1 + \exp\left(-\frac{2g(t - t_U)}{v_\infty}\right)}{2} \cdot \cos\frac{g \cdot t_U}{v_\infty}\right) \end{pmatrix}. \tag{3.11}$$

4 Temperatureinfluss auf die Mündungsgeschwindigkeit

Die Mündungsgeschwindigkeit v_0 eines Geschosses hängt von der Temperatur der Munition ab. Das Treibladungspulver verbrennt bei höheren Temperaturen schneller und erzeugt einen höheren Gasdruck, was zu einer höheren Mündungsgeschwindigkeit führt. Umgekehrt sinkt v_0 bei Kälte.

4.1 Temperaturkorrektur

Der Zusammenhang ist näherungsweise linear im üblichen Temperaturbereich ($-20\,°\mathrm{C}$ bis $+50\,°\mathrm{C}$):

$$v_{0,\mathrm{korr}} = v_0 + k_T \cdot (T_{\mathrm{Munition}} - T_{\mathrm{Ref}}), \tag{4.1}$$

wobei:

- v_0 – Mündungsgeschwindigkeit bei Referenztemperatur [m/s]
- T_{Munition} – aktuelle Temperatur der Munition [°C]
- T_{Ref} – Referenztemperatur, bei der v_0 gemessen wurde (typisch $21\,°\mathrm{C}$)
- k_T – Temperaturkoeffizient [m/s pro °C]

4.2 Temperaturkoeffizient

Der Koeffizient k_T hängt maßgeblich vom verwendeten Treibladungspulver ab:

Tabelle 4.1: Typische Temperaturkoeffizienten verschiedener Pulvertypen

Pulvertyp	k_T [m/s pro °C]	Beispiele
Temperaturstabil	0,3–0,7	Hodgdon Extreme, Vihtavuori N500-Serie
Normal	1,0–1,5	Die meisten Standard-Treibmittel
Temperatursensibel	2,0–3,0	Ältere Militärladungen, einige Jagdpatronen

4.3 Praktisches Beispiel

Ein Geschoss mit $v_0 = 780\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (gemessen bei 21 °C) wird an einem Wintertag bei $T = -5\,^{\circ}\mathrm{C}$ verschossen. Mit einem normalen Pulver ($k_T = 1.0\,\mathrm{m\,s^{-1}\,^{\circ}C^{-1}}$):

$$v_{0,\mathrm{korr}} = 780 + 1{,}0 \cdot (-5 - 21) = 780 - 26 = 754\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Das entspricht einem Verlust von $26\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ bzw. ca. 3,3 %. Auf lange Distanzen kann das einen deutlichen Unterschied in der Treffpunktlage ausmachen.

4.4 Auswirkung auf die Flugbahn

Die Temperaturkorrektur wirkt sich auf alle Folgegrößen aus:

- Kinetische Energie: $E \propto v_0^2$ – ein Verlust von 3 % in v_0 bedeutet ca. 6,5 % weniger Energie.
- Reichweite: geringere v_0 führt zu stärkerem Einfluss des Luftwiderstands und kürzerer Reichweite.
- Flugzeit: längere Flugzeit bei niedrigerer Geschwindigkeit, daher mehr Zeit für Gravitation und Wind.

Im Ballistikrechner wird Gleichung 4.1 vor Beginn der Simulation angewendet. Die korrigierte Geschwindigkeit wird proportional auf alle Komponenten (v_x, v_y, v_z) skaliert:

$$\vec{v}_{0,\mathrm{korr}} = \vec{v}_0 \cdot \frac{v_{0,\mathrm{korr}}}{\|\vec{v}_0\|}.$$

5 Coriolis-Ablenkung

Die Corioliskraft ist eine Scheinkraft. Das heißt, sie ist eine Kraft, die nicht direkt auf die Kugel einwirkt, wie zum Beispiel der Wind. Betrachtet man die Erde als sich drehende Scheibe, stellt man fest, dass sich die Geschwindigkeit von Objekten auf der Scheibe unterscheidet. Je weiter man sich vom Drehzentrum weg bewegt, umso schneller bewegt man sich. Wieso? Ganz einfach:
Nimmt man den äußersten Punkt auf der Scheibe, so muss dieser den Weg $s_1 = 2\pi \cdot r$ zurücklegen für eine 360°-Drehung. Also einmal den kompletten Umfang der Scheibe. Ein Punkt, der nur $\frac{r}{2}$ vom Zentrum entfernt ist, muss für eine 360°-Drehung den Weg $s_2 = 2\pi \cdot \frac{r}{2}$ zurücklegen. Das Spannendste an der Sache ist, dass beide Punkte die exakt gleiche Zeit dafür benötigen. Aus der klassischen Mechanik wissen wir, dass $s = v \cdot t$ ist. Da die Zeit bei beiden Wegen gleich ist, muss sich also die Geschwindigkeit unterscheiden.
Für unsere Kugel bedeutet das, dass, wenn sie sich in Nord-Süd-Richtung bewegt oder umgekehrt, sie unterschiedliche Gebiete mit verschiedenen Drehgeschwindigkeiten der Erde passiert und dadurch eine Ablenkung erfährt. Auf der Nordhalbkugel werden alle Bewegungen nach rechts abgelenkt. Nicht nach Ost oder West, sondern immer aus der Bewegung nach rechts. Bewegt man sich parallel zur Drehachse, erfährt man keine Abweichung. Nur so nebenbei: So entsteht auch unser Wetter und einige Klimazonen.
Für den Ballistikrechner ist eine vereinfachte Form verwendet worden und wird für alle Koordinaten von 0° bis 90° berechnet. Die Gleichung ist [14], [10]

$$s_c = \frac{\omega}{v_0} \cdot R^2 \cdot \sin(B) \tag{5.1}$$

mit der Winkelgeschwindigkeit der Erde ω ($\frac{2\pi}{86\,400\,\mathrm{s}}$), R der maximalen Reichweite und B dem Breitengrad auf der Erde.
Die Ergebnisse und die Gleichung verstehen sich eher theoretisch. Bei dieser Betrachtung geht man davon aus, dass die Kugel exakt rechtwinklig zur Drehachse und ohne jegliche andere Kraft unterwegs ist. Beim praktischen Schießen kann man die Coriolis-Ablenkung meist vernachlässigen.
Weitere Quellen: [15]

6 Luftdichte

Die Dichte der Luft nimmt mit der Höhe über dem Meeresspiegel ab. Eine nach oben fliegende Kugel muss pro Meter Höhe immer weniger Luft beiseite drücken. Der Luftwiderstand nimmt ab und die Kugel wird weniger stark abgebremst. Das beeinflusst natürlich unsere Flugbahn. Allerdings ist dieser Effekt für normale Geschosse kaum ausschlaggebend, da keine großen Höhen erreicht werden. Die Luftdichte halbiert sich bei etwa 5.5-6 km Höhe. Kein Sport- oder Jagdgeschoss kann diese Höhe erreichen. Sportschützen im Himalaya werden der Einfachheit halber hier nicht berücksichtigt. Der Ballistikrechner rechnet mit einer gleichbleibenden Temperatur von 20 °C. Betrachtet man Luft als ideales Gas [16] und nimmt die internationale Höhenformel [17], ergibt sich:

$$p(h) = p_0 \cdot \left(1 - \frac{0.0065\,\mathrm{K\,m^{-1}} \cdot h}{T_0}\right)^{5{,}255},$$

$$\rho(h) = \frac{p(h) \cdot M}{R \cdot T_0}.$$

Mit p_0 dem Normalluftdruck, T_0 der Normaltemperatur, h der Höhe, M der molaren Masse von trockener Luft und R der universellen Gaskonstante. Der Temperaturgradient beträgt 0.65 K pro 100 m; dadurch ergibt sich der Exponent 5,255 [17]. Die obige Formel beschränkt sich auf die Troposphäre.
Weitere Quellen: [18]

7 Abbremsung in Wasser

Geschosse aller Art werden beim Eindringen ins Wasser sehr stark gebremst. Maßgeblich für die starke Bremswirkung sind Masse und Stirnfläche des Projektils, da beide Faktoren im Exponenten stehen und damit überproportional wirken, wohingegen die Anfangsgeschwindigkeit nur als Vorfaktor eingeht.

Für ein Geschoss in horizontaler Richtung und einen schwerelosen Raum gilt

$$v(x) = v_0 \cdot \exp\left(-\frac{c_w \cdot A \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot x}{2 \cdot m}\right). \tag{7.1}$$

Hier ist m die Masse des Geschosses, A die Stirnfläche und x der zurückgelegte Weg.

Alle hier aufgeführten Gleichungen werden in unserem Ballistikrechner verwendet.

8 Eindringtiefe

8.1 Stahlblech – Panzerformel

Anhand der Energie des Geschosses und dessen Kaliber lässt sich die Eindringtiefe in Stahlblech mit der sogenannten „Panzerformel“ annähern mit:

$$S_b = 0{,}0194 \cdot \sqrt[4]{\frac{E^3}{k^5}}. \tag{8.1}$$

Die Gleichung gibt die Eindringtiefe in Millimeter zurück, wobei E die Energie in Joule des Geschosses ist und k das Kaliber in Zentimeter [19].
Bei schrägem Auftreffwinkel erhält man aus Formel Gleichung 8.1:

$$S_b' = S_b \cdot \cos^{1,5}(\alpha). \tag{8.2}$$

8.2 Eindringtiefe allgemein

Eine allgemeinere Formel für die Eindringtiefe in ein beliebiges festes Material ist

$$S = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \cdot \frac{1}{A \cdot R}. \tag{8.3}$$

Die Eindringtiefe hängt von der Masse m, der Startgeschwindigkeit v_0, der Querschnittsfläche A und der Zugfestigkeit R ab [20].

9 Erweiterungen für mehr Realismus

Dieser Abschnitt ergänzt das Modell um Seitenwind mit Höhenprofil sowie eine einfache, praxistaugliche Atmosphäre (Druck, Temperatur, Dichte, Schallgeschwindigkeit). Außerdem werden optionale Effekte (Coriolis, Spin Drift/Magnus) und nutzernahe Ausgaben (MIL/MOA) beschrieben.

9.1 Seitenwind mit Höhenprofil

Wind wirkt über die *relative* Luftgeschwindigkeit. Wir modellieren den Wind als Vektor, der mit der Höhe variiert:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\mathrm{rel}}(t) &= \vec{v}(t) - \vec{v}_{\mathrm{Wind}}\Big(h(t)\Big), \\ \vec{v}_{\mathrm{Wind}}(h) &= U(h) \cdot \hat{e}_{\mathrm{Wind}}, \end{aligned}$$

wobei $\hat{e}_{\mathrm{Wind}}$ eine Einheitsrichtung (z. B. Seitenwind entlang z) und $U(h)$ das Windprofil ist. Ein bewährtes Profil ist das Potenzgesetz

$$U(h) = U_{\mathrm{ref}} \cdot \left(\frac{\max(h, z_0)}{z_{\mathrm{ref}}} \right)^{\alpha},$$

mit Referenzhöhe z_{ref} (typisch 10 m), Bodenrauhigkeit z_0 (typisch 0.1-1 m) und Exponent $\alpha \in [0{,}1;\ 0{,}2]$ (offenes Gelände: $\approx 0{,}14$). Leichte Böigkeit kann durch eine kleine zeit- oder wegabhängige Zusatzkomponente modelliert werden:

$$U_{\mathrm{böe}}(t) = A_{\mathrm{b}} \sin(2\pi f_{\mathrm{b}} t), \quad \vec{v}_{\mathrm{Wind}}(h,t) = \Big(U(h) + U_{\mathrm{böe}}(t)\Big)\hat{e}_{\mathrm{Wind}}.$$

Die Luftwiderstandskraft bleibt formal gleich,

$$\vec{F}_{\mathrm{Luft}} = -\tfrac{1}{2}\, c_w\, \rho(h)\, A\, \|\vec{v}_{\mathrm{rel}}\|\, \vec{v}_{\mathrm{rel}},$$

nur Dichte $\rho(h)$ und relative Geschwindigkeit hängen von der Höhe ab.

9.2 Variable Atmosphäre: Druck, Temperatur, Dichte

Statt einer festen Dichte verwenden wir eine Standardatmosphäre in der Troposphäre:

$$
\begin{aligned}
T(h) &= T_0 - L\,h,\\
p(h) &= p_0 \cdot \left(1 - \frac{L\,h}{T_0}\right)^{\frac{g}{R_{\text{spec}}\,L}},\\
\rho(h) &= \frac{p(h)}{R_{\text{spec}}\,T(h)}.
\end{aligned}
$$

Typische Konstanten: $T_0 = 288.15\,\text{K}$, $p_0 = 101\,325\,\text{Pa}$, $L = 0.0065\,\text{K}\,\text{m}^{-1}$, $R_{\text{spec}} = 287.058\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$, $g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$. Optional Feuchte (reduziert die Dichte leicht):

$$
\begin{aligned}
e_s(T) &\approx 6.112\,\text{hPa} \cdot \exp\!\left(\frac{17{,}67\,(T - 273.15\,\text{K})}{(T - 273.15\,\text{K}) + 243.5\,\text{K}}\right),\\
e &= \text{RH} \cdot e_s, \quad \rho(h) = \frac{p(h) - e}{R_d\,T} + \frac{e}{R_v\,T},
\end{aligned}
$$

mit $R_d = 287.058\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$ und $R_v = 461.495\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$.

9.3 Schallgeschwindigkeit, Mach-Zahl und c_w

Die Schallgeschwindigkeit hängt von der Temperatur ab:

$$
a(h) = \sqrt{\gamma\,R_{\text{spec}}\,T(h)}, \qquad \gamma \approx 1{,}4.
$$

Für die Interpolation des c_w-Werts verwenden wir die Mach-Zahl der *relativen* Strömung:

$$
\text{Mach}(h) = \frac{\|\vec{v}_{\text{rel}}\|}{a(h)}.
$$

9.4 Option: Coriolis in Vektorform

Für lange Distanzen:

$$
\vec{a}_{\text{cor}} = -2\,\vec{\Omega} \times \vec{v}, \qquad \vec{\Omega} = \omega \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix},
$$

mit $\omega = 7.292\,115\,9 \times 10^{-5}\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ und Breite φ. Diese Beschleunigung zur Gesamtbeschleunigung addieren.

9.5 Option: Magnus-Effekt und Spin Drift

Rotierende Geschosse erfahren seitliche Drift:

$$\omega_{\text{spin}} \approx \frac{2\pi\, v}{t_{\text{Drall}}}, \quad t_{\text{Drall}} = \text{Dralllänge (m/U)},$$
$$\theta_r \approx \frac{g}{\omega_{\text{spin}}\, v},$$
$$\vec{a}_{\text{Magnus}} \approx \frac{\rho(h)\, v^2\, A}{2m}\, C_L\, \hat{n} \times \vec{v}, \quad C_L \approx C_{l\alpha}\, \theta_r,\ C_{l\alpha} \approx 2\pi.$$

9.6 Numerik: stabile Integration

- Adaptive Schrittweite: verkleinere t_s, wenn sich die Mach-Zahl stark ändert (z. B. $\Delta\text{Mach} > 0{,}02$), oder wenn $\|\vec{a}\|$ groß wird.
- Ereignisse: Stoppe, wenn y die Bodenlinie unterschreitet (ggf. Geländeprofil statt $y = 0$).
- Optional: Runge-Kutta 4. Ordnung (RK4).

9.7 Ausgabe in MIL/MOA

$$\text{Elevation (MIL)} = 1000 \cdot \frac{\text{Fallhöhe}}{R}, \quad \text{Wind (MIL)} = 1000 \cdot \frac{\text{Seitendrift}}{R},$$
$$\text{Elevation (MOA)} = 3438 \cdot \frac{\text{Fallhöhe}}{R}, \quad \text{Wind (MOA)} = 3438 \cdot \frac{\text{Seitendrift}}{R}.$$

Optional: Visierhöhe und Nullentfernung berücksichtigen (Fallhöhe relativ zur Sichtlinie).

Literaturverzeichnis

[1] Wikipedia, “Kinetische energie.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Kinetische_Energie

[2] ——, “Wurfparabel.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Wurfparabel

[3] K. Heil, “Physik: Schiefer wurf mit luftwiderstand - teil 2.” [Online]. Verfgbar: http://matheplanet.com/default3.html?call=article.php?sid=735&ref=https%3A%2%2Fwww.google.de%2F

[4] M. Tschannen, “Ballistik fr den feldgebrauch.” [Online]. Verfgbar: https://mittelkaliber.ch/wp-content/uploads/2015/12/26_050330_Artikel_Ballistik_M.Tschannen.pdf

[5] T. Wilhelm, “Die luft beim fuallflug.” [Online]. Verfgbar: http://www.thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/Fussball_Luft.pdf

[6] x ballistics, “Wie man eine flugbahn von einem projektil berechnen kann.” [Online]. Verfgbar: http://www.x-ballistics.eu/cms/de/ballistik/wie-man-die-flugbahn-von-einer-gewehrkugel-berechnet-mit-beispiel/

[7] M. Richmond, “The effect of air on baseball pitches.” [Online]. Verfgbar: http://spiff.rit.edu/richmond/baseball/traj/traj.html

[8] Wikipedia, “Windgeschwindigkeit.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Windgeschwindigkeit

[9] B. Kneubuehl, *Ballistik - Theorie und Praxis*. Springer.

[10] A. Rudolph, *Ballistische Modelle*. Universiter Bundeswehr Mnchen.

[11] G. Klimi, *Exterior Ballistics: A New Approach*. Xlibris Corporation.

[12] R. L. McCoy, *Modern Exterior Ballistics*, 2nd ed. Schiffer Publishing, 1999.

[13] J. Ballistics, “Encyclopaedia of encyclopaedic encyclopaediae – encyclopaedic encyclopaedia,” http://www.jbmballistics.com, 2024.

[14] angsuesser, “Coriolis-kraft.” [Online]. Verfgbar: https://www.angsuesser.at/docs/physics/coriolis.pdf

[15] Wikipedia, “Corioliskraft.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Corioliskraft

[16] ——, “Luftdichte.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Luftdichte

[17] ——, “Barometrische hhenformel.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Barometrische_Höhenformel

[18] ——, “Luft.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Luft#Mittlere_Molmasse

[19] ——, “Panzerformel.” [Online]. Verfgbar: https://de.wikipedia.org/wiki/Panzerformel

[20] F. Poklukar, “re ballistik - mathematische modellierung der geschossbahn.” [Online]. Verfgbar: http://tiroler-schuetzen.at/uploads/ballistik_skriptum.pdf